

令和4年度学力検査問題

数 学 (4枚のうち その1)

受 験 番 号	番
------------	---

1 次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$ がある。 $a_1 = 3, a_2 = 1, 3a_{n+2} - 4a_{n+1} + a_n = 4n + 2$ ($n = 1, 2, 3, \dots$)

- (1) $b_n = 3a_{n+1} - a_n$ とおく。数列 $\{b_n\}$ の一般項を求めよ。 (2) $c_n = a_{n+1} - a_n - 2n$ とおく。数列 $\{c_n\}$ の一般項を求めよ。
 (3) 数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。 (4) 数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和 S_n を求めよ。(解答はこのページ内におさめること)

2 実数 x, y に対して、 $X = 2^x \tan y, Y = \frac{2^x}{\cos^2 y}$ とおく。また、 xy 平面上で、 $0 \leq x \leq 1$ かつ $-\frac{\pi}{4} \leq y \leq \frac{\pi}{4}$ を満たす領域を D とする。

- (1) 点 (x, y) が領域 D 上を動くとき、 X, Y のとりうる値の範囲をそれぞれ求めよ。
 (2) $x = 0$ かつ $-\frac{\pi}{4} \leq y \leq \frac{\pi}{4}$ のとき、点 (X, Y) の軌跡を求めよ。また、 $x = 1$ かつ $-\frac{\pi}{4} \leq y \leq \frac{\pi}{4}$ のとき、点 (X, Y) の軌跡を求めよ。
 (3) 点 (x, y) が領域 D 上を動くとき、点 (X, Y) の動く領域を XY 平面上に図示せよ。(解答はこのページ内におさめること)

令和4年度学力検査問題

数 学 (4枚のうち その2)

受験 番号	番
----------	---

3 点 O を原点とする座標平面において、直線 $m: y = \frac{1}{2}x$ と放物線 $C: y = x^2 - \frac{3}{2}x$ によって囲まれる領域を R とする。
(解答はこのページ内におさめること)

(1) 領域 R の面積 S を求めよ。

(2) t を 0 以上の実数とし、放物線 C 上の点 $P\left(t, t^2 - \frac{3}{2}t\right)$ から直線 m へ下ろした垂線を PH とする。このとき、 $PH = h$ 、 $OH = l$ として、 h 、 l をそれぞれ t の式で表せ。

(3) 領域 R を直線 m の周りに 1 回転させてできる立体の体積 V を求めよ。

令和4年度学力検査問題

数 学 (4枚のうち その3)

受験 番号	番
----------	---

4 集団Uでは、全体の $\frac{2}{15}$ が病原菌Xに感染している。病原菌Xの感染を判定する検査方法には、A, B, Cの3種類がある。病原菌Xに感染しているのに誤って陰性と判定する確率、および病原菌Xに感染していないのに誤って陽性と判定する確率はいずれも、検査方法Aでは $\frac{1}{14}$ 、検査方法Bでは $\frac{1}{27}$ 、検査方法Cでは $\frac{1}{40}$ である。ただし、病原菌Xに感染している場合、および感染していない場合のいずれにおいても、3種類の検査方法A, B, Cによる判定は独立であるとする。(解答はこのページ内におさめること)

(1) 集団Uから取り出された個体Iに対して検査を行ったところ、検査方法Aで陽性判定が得られた。このとき、個体Iが病原菌Xに感染している確率を求めよ。

(2) 集団Uから取り出された個体Jに対して検査を行ったところ、検査方法Aと検査方法Bからは陽性判定が得られたが、検査方法Cからは陰性判定が得られた。このとき、個体Jが病原菌Xに感染している確率を求めよ。

(3) 集団Uから取り出された個体Kに対して検査を行ったところ、3種類の検査方法A, B, Cのうち2種類からは陽性判定が、1種類からは陰性判定が得られた。このとき、個体Kが病原菌Xに感染している確率、および検査方法Aによる判定結果が正しかった確率をそれぞれ求めよ。

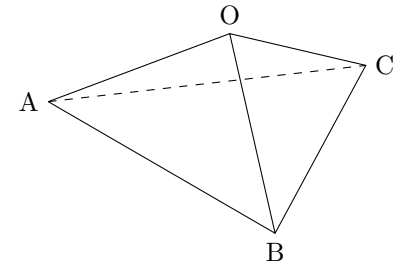
令和4年度学力検査問題

数 学 (4枚のうち その4)

受 験 号	番
-------	---

5

四面体 $OABC$ において、 $OA = OB = OC = 4$ 、 $AB = BC = CA = 6$ とする。
また、点 O から平面 ABC に下ろした垂線を OG とする。このとき、次の (a), (b) が
成立することは証明なしで用いてよいものとする。



(a) 点 G は三角形 ABC の重心である。

(b) 以下の各問における球 S_1, S_2, S_3 の中心は、いずれも半直線 OG 上にある。

(解答はこのページ内におさめること)

(1) OG の長さ h_1 を求めよ。また、4点 O, A, B, C 全てを通る球 S_1 の半径 r_1 を求めよ。

(2) 点 G から直線 OA に下ろした垂線 GH の長さ h_2 を求めよ。また、6つの線分 AB, BC, CA, OA, OB, OC 全てに接する球 S_2 の半径 r_2 を求めよ。

(3) 3つの線分 AB, BC, CA 全てに接し、かつ3つの半直線 OA, OB, OC 全てに接する球のうち、 S_2 と異なるものを S_3 とする。球 S_3 の半径 r_3 を求めよ。